



Opleiding: Middenkaderfunctionaris Bouw en Infra  
Leerweg: BOL Niveau 4

## Wiskunde 1-2

Periode 02

Opdrachten Week 07

### Som, verschil, product delen met uitwerking

Te behalen cijfers = NVT

Naam: \_\_\_\_\_

Klas: \_\_\_\_\_

Datum: \_\_\_\_\_

## Uitleg

Van deze rechthoek kun je de halve omtrek op twee manieren berekenen:

- $\frac{2l + 2b}{2}$
- $l + b$



$$\text{Dus: } \frac{2l + 2b}{2} = \frac{2l}{2} + \frac{2b}{2} = l + b.$$

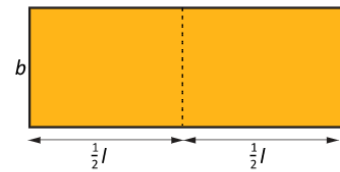
Als je de som van twee termen door 2 deelt, moet je elke term door 2 delen.

$$\text{Je kunt dit ook zo schrijven: } \frac{2l + 2b}{2} = \frac{1}{2} \cdot (2l + 2b) = \frac{1}{2} \cdot 2l + \frac{1}{2} \cdot 2b = l + b.$$

$$\text{Op dezelfde manier is een kwart van de omtrek: } \frac{2l + 2b}{4} = \frac{2l}{4} + \frac{2b}{4} = \frac{1}{2}l + \frac{1}{2}b.$$

Voor de halve oppervlakte van deze rechthoek geldt:

- $\frac{l \cdot b}{2}$
- $\frac{1}{2}l \cdot b$



$$\text{Blijkbaar is } \frac{l \cdot b}{2} = \frac{l}{2} \cdot b = \frac{1}{2}l \cdot b.$$

$$\text{Maar je kunt ook schrijven: } \frac{l \cdot b}{2} = l \cdot \frac{b}{2} = l \cdot \frac{1}{2}b.$$

Als je een product door 2 deelt, deel je maar één van de factoren door 2.

$$\text{Op dezelfde manier is een kwart van de oppervlakte: } \frac{l \cdot b}{4} = \frac{l}{4} \cdot b = \frac{1}{4}l \cdot b \text{ of } \frac{l \cdot b}{4} = l \cdot \frac{b}{4} = l \cdot \frac{1}{4}b$$

$$\text{of } \frac{l \cdot b}{4} = \frac{1}{4} \cdot l \cdot b.$$

## Theorie

Soms wil je een som, een verschil, of een product nog door een getal delen.

- Als je een som of een verschil van meerdere termen door een getal deelt, dan moet je alle termen door dat getal delen:  $\frac{a \pm b \pm c}{g} = \frac{1}{g} \cdot (a \pm b \pm c) = \frac{a}{g} \pm \frac{b}{g} \pm \frac{c}{g}$
- Als je een product van meerdere factoren door een getal deelt, dan moet je één van die factoren door dat getal delen:  $\frac{a \cdot b \cdot c}{g} = \frac{1}{g} \cdot a \cdot b \cdot c = \frac{a}{g} \cdot b \cdot c = a \cdot \frac{b}{g} \cdot c = a \cdot b \cdot \frac{c}{g}$

## Opgave 76:

Waar of niet waar?

a  $\frac{a+4}{2} = \frac{1}{2}a + 2$

b  $\frac{3p+q}{4} = \frac{3}{4}p + q$

c  $\frac{2a \cdot 3b}{3} = \frac{2}{3}a \cdot b$

d  $\frac{2a+3a \cdot b}{4} = \frac{1}{2}a + \frac{3}{4}a \cdot \frac{1}{4}b$

e  $\frac{15+5pq}{10} = 1,5 + 0,5pq$

f  $\frac{a(a-9)}{4} = \frac{1}{4}a(a-9)$

a)  $\frac{a+4}{2} = \frac{1}{2}a + 2$   
Linker zijde  
 $= \frac{a+4}{2}$   
 $= \frac{a}{2} + \frac{4}{2}$   
 $= \frac{1}{2}a + 2 \Rightarrow$  gelijk aan rechterzijde  
dvs waar

b)  $\frac{3p+q}{4} = \frac{3}{4}p + q$   
Linker zijde  $\Rightarrow \frac{3p+q}{4}$   
 $= \frac{3p}{4} + \frac{q}{4}$   
 $= \frac{3}{4}p + \frac{1}{4}q \neq$  Rechter zijde  
dvs niet waar

c)  $\frac{2a \cdot 3b}{3} = \frac{2}{3}a \cdot b$   
Linker zijde  $\Rightarrow \frac{2a \cdot 3b}{3}$   
 $= \frac{6ab}{3}$   
 $= 2ab \neq$  aan rechterzijde  
dvs niet waar

d)  $\frac{2a+3a \cdot b}{4} = \frac{1}{2}a + \frac{3}{4}a \cdot \frac{1}{4}b$   
Linker zijde  $\Rightarrow \frac{2a+3ab}{4}$   
 $= \frac{2a}{4} + \frac{3ab}{4}$   
 $= \frac{1}{2}a + \frac{3}{4}ab \neq$  rechter zijde  
dvs niet waar

e)  $\frac{15+5pq}{10} = 1,5 + 0,5pq$   
Linker zijde  $\Rightarrow \frac{15+5pq}{10}$   
 $= \frac{15}{10} + \frac{5pq}{10}$   
 $= 1,5 + \frac{5}{10}pq$   
 $= 1,5 + 0,5pq =$  rechter zijde  
dvs waar

f)  $\frac{a(a-9)}{4} = \frac{1}{4}a(a-9)$   
Linker zijde  $\Rightarrow \frac{a(a-9)}{4}$   
 $= \frac{1}{4} \cdot a \cdot (a-9) =$  rechter zijde  
dvs waar

## Voorbeeld

Deel de uitdrukking  $12a - 2b \cdot -4b^2$  door 8 en schrijf de uitkomst zo eenvoudig mogelijk.

$$\frac{12a - 2b \cdot -4b^2}{8} = \frac{12a + 8b^3}{8} = \frac{12a}{8} + \frac{8b^3}{8} = 1,5a + b^3.$$

## Opgave 77: (Bekijk de voorbeeld)

Voer de delingen uit en schrijf zo eenvoudig mogelijk.

a  $\frac{a + b}{5}$

b  $\frac{a \cdot b}{5}$

c  $\frac{a \cdot b + c}{5}$

d  $\frac{a(b + c)}{5}$

Handwritten solution for Opgave 77 on grid paper:

77 a)  $\frac{a+b}{5}$   
 $= \frac{a}{5} + \frac{b}{5}$   
 $= \frac{1}{5}a + \frac{1}{5}b$

b)  $\frac{a \cdot b}{5}$   
 $= \frac{1}{5}ab$

c)  $\frac{a \cdot b + c}{5}$   
 $= \frac{ab}{5} + \frac{c}{5}$   
 $= \frac{1}{5}ab + \frac{1}{5}c$

d)  $\frac{a(b+c)}{5}$   
 $= \frac{ab+ac}{5}$  (haakjes wegwerken)  
 $= \frac{ab}{5} + \frac{ac}{5}$   
 $= \frac{1}{5}ab + \frac{1}{5}ac$

### Opgave 78: (Bekijk de voorbeeld)

Voer de volgende delingen uit en schrijf de uitkomst zo eenvoudig mogelijk.

a  $\frac{15 - 5 \cdot p}{5}$

b  $\frac{12a - 5a \cdot 3b}{3}$

c  $\frac{3a(b+3)}{6}$

d  $\frac{a - 6ab}{a}$

Handwritten solution for Opgave 78 on grid paper. The work is organized into four parts, a, b, c, and d, corresponding to the four division problems. Part a shows the simplification of  $\frac{15 - 5 \cdot p}{5}$  to  $3 - p$ . Part b shows the simplification of  $\frac{12a - 5a \cdot 3b}{3}$  to  $4a - 5ab$ . Part c shows the simplification of  $\frac{3a(b+3)}{6}$  to  $2a(b+3)$ , which is then expanded to  $2ab + 6a$  with a note "(haakjes wegwerken)". Part d shows the simplification of  $\frac{a - 6ab}{a}$  to  $1 - 6b$ .

78 a)  $\frac{15 - 5 \cdot p}{5}$   
 $= \frac{15}{5} - \frac{5p}{5}$   
 $= 3 - \frac{5}{5}p$   
 $= 3 - 1p$   
b)  $\frac{12a - 5a \cdot 3b}{3}$   
 $= \frac{12a}{3} - \frac{15ab}{3}$   
 $= 4a - 5ab$   
c)  $\frac{3a(b+3)}{6}$   
 $= \frac{3a}{6}(b+3)$   
 $= 2a(b+3)$   
 $= 2a \cdot b + 2a \cdot 3$  (haakjes wegwerken)  
 $= 2ab + 6a$   
d)  $\frac{a - 6ab}{a}$   
 $= \frac{a}{a} - \frac{6ab}{a}$   
 $= 1 - 6b$

### Opgave 79: (Bekijk de voorbeeld)

Voer de delingen uit en schrijf zo eenvoudig mogelijk en zonder haakjes.

a  $\frac{(2x + 12)(x + 2)}{4}$

b  $\frac{6a - 6a \cdot 2b}{3}$

c  $\frac{6a + 3b(a - 2)}{6}$

d  $\frac{250 - 15 \cdot p}{p}$

79 a)  $\frac{(2x+12)(x+2)}{4}$   
 $= \frac{2x \cdot x + 2x \cdot 2 + 12 \cdot x + 12 \cdot 2}{4}$   
 $= \frac{2x^2 + 4x + 12x + 24}{4}$   
 $= \frac{2x^2 + 16x + 24}{4}$   
 $= \frac{2x^2}{4} + \frac{16x}{4} + \frac{24}{4}$   
 $= \frac{1}{2}x^2 + 4x + 6$

b)  $\frac{6a - 6a \cdot 2b}{3}$   
 $= \frac{6a}{3} - \frac{12ab}{3}$   
 $= 2a - 4ab$

c)  $\frac{6a + 3b(a-2)}{6}$   
 $= \frac{6a + 3ba - 3b \cdot 2}{6}$   
 $= \frac{6a + 3ab - 6b}{6}$   
 $= \frac{6a}{6} + \frac{3ab}{6} - \frac{6b}{6}$   
 $= a + \frac{1}{2}ab - b$

d)  $\frac{250 - 15 \cdot p}{p}$   
 $= \frac{250}{p} - \frac{15p}{p}$   
 $= \frac{1}{p} \cdot 250 - 15$   
 $= 250 \cdot \frac{1}{p} - 15$

### Opgave 80: (Bekijk de voorbeeld)

Voer de delingen uit en schrijf zo eenvoudig mogelijk.

a  $\frac{a-5}{5}$

b  $\frac{3a \cdot 8b}{4}$

c  $\frac{6p - 5p \cdot 6q}{3}$

d  $\frac{a \cdot (2b - 8)}{2}$

e  $\frac{200 + 0,15a}{a}$

80 a)  $\frac{a-5}{5}$   
 $= \frac{a}{5} - \frac{5}{5}$   
 $= \frac{1}{5}a - 1$

b)  $\frac{3a \cdot 8b}{4}$   
 $= \frac{24ab}{4}$   
 $= 6ab$

c)  $\frac{6p - 5p \cdot 6q}{3}$   
 $= \frac{6p - 30pq}{3}$   
 $= \frac{6p}{3} - \frac{30pq}{3}$   
 $= 2p - 10pq$

d)  $\frac{a \cdot (2b - 8)}{2}$   
 $= \frac{a \cdot 2b - a \cdot 8}{2}$   
 $= \frac{2ab - 8a}{2}$   
 $= \frac{2ab}{2} - \frac{8a}{2}$   
 $= ab - 4a$

e)  $\frac{200 + 0,15a}{a}$   
 $= \frac{200}{a} + \frac{0,15a}{a}$   
 $= 200 \cdot \frac{1}{a} + 0,15$

## Opgave 81

Bekijk de rechthoek hiernaast .

- a De omtrek van deze rechthoek is  $P = 2l + 2b$  .  
Waarom is éénderde deel van deze omtrek niet  $\frac{2}{3}l + 2b$  ?



- b Welke formule geldt wel voor éénderde van de omtrek van deze rechthoek?

Voor de oppervlakte van deze rechthoek geldt  $A = l \cdot b$  .

- c Laat door goede verdelingen van deze rechthoek zien, dat  $\frac{l \cdot b}{3} = \frac{l}{3} \cdot b = l \cdot \frac{b}{3}$  .
- d Wat stelt  $\frac{l}{3} \cdot \frac{b}{3}$  in dit verband voor?

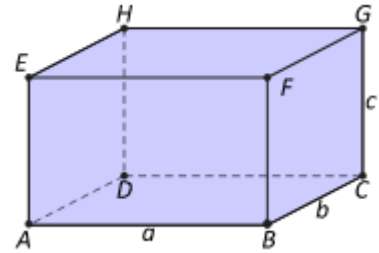
### Antwoorden van de opdrachten

- a Omdat niet alleen  $2l$  door 3 moet worden gedeeld, maar ook de  $2b$  .
- b  $\frac{2l + 2b}{3} = \frac{2}{3}l + \frac{2}{3}b$
- c Verdeel eerst de rechthoek in drie even lange verticale stroken:  $\frac{l \cdot b}{3} = \frac{l}{3} \cdot b$  .  
Verdeel daarna de rechthoek in drie even lange horizontale stroken:  $\frac{l \cdot b}{3} = l \cdot \frac{b}{3}$  .
- d Zo krijg je  $\frac{1}{9}$  deel van de rechthoek.



## Opgave 82

Hier zie je een balk voor met lengte  $a$ , breedte  $b$  en hoogte  $c$ .



- a Wat stelt  $l = 4a + 4b + 4c$  voor?
- b Waarom is  $\frac{4a + 4b + 4c}{4} = a + b + c$ ?
- c Wat stelt  $V = a \cdot b \cdot c$  voor?
- d Leg met behulp van de figuur op het werkblad uit dat  $\frac{a \cdot b \cdot c}{4} = \frac{a}{4} \cdot b \cdot c$
- e Waarom is  $\frac{a \cdot b \cdot c}{4} = \frac{1}{4} \cdot a \cdot b \cdot c$ ?
- e Waarom is  $\frac{a \cdot b \cdot c}{4} = \frac{a}{4} \cdot b \cdot c = a \cdot \frac{b}{4} \cdot c = a \cdot b \cdot \frac{c}{4}$ ?

## Antwoorden van de opdrachten

- a Dat is de totale lengte van alle ribben.
- b Als je de totale lengte van alle ribben samen door 4 deelt dan krijg je precies de lengte van de drie verschillende ribben samen.
- c Dat is het volume van deze balk.
- d Verdeel de balk op het werkblad in vieren door de ribben met lengte  $a$  allemaal in vieren te delen.
- e Als je het volume van de balk door 4 deelt, krijg je een kwart van het volume.
- e Het maakt geen verschil of je de balk verdeelt door de ribben met lengte  $a$  te verdelen, of de ribben met lengte  $b$  of de ribben met lengte  $c$ .

## Opgave 83

Een radiator levert o.a. warmte door straling. Behalve leveren, neemt hij ook warmte op. Je krijgt in totaal een netto-energiestroom. Deze kun je berekenen met de volgende formule:

$$u = A \cdot \sigma \cdot \varepsilon \cdot (T_v^4 - T^4)$$

Hierin is:

- $u$  de warmtestroom (W)
  - $A$  de oppervlakte ( $\text{m}^2$ )
  - $\sigma$  het stralingsgetal ( $5,87 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ )
  - $\varepsilon$  de emissiefactor (geeft aan hoe goed een voorwerp straling uitzendt of absorbeert)
  - $T_v$  de temperatuur van het voorwerp (K)
  - $T$  de omgevingstemperatuur (K)
- a Wat gaat er fout als er géén haakjes staan?
- b Hoe wordt de formule als je de haakjes wegwerkt?

## Antwoorden van de opdrachten

- a  $A \cdot \sigma \cdot \varepsilon$  wordt dan alleen vermenigvuldigd met  $T_v^4$ .
- b  $u = A \cdot \sigma \cdot \varepsilon \cdot T_v^4 - A \cdot \sigma \cdot \varepsilon \cdot T^4$ .

## Opgave 84

Voor de bewegingsenergie  $E$  van een voorwerp met massa  $m$  dat met een snelheid  $v$  voortbeweegt, geldt

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Hierin is:

$m$  de massa in kilogram

$v$  de snelheid in meter/seconde

$E$  de energie in Joule

- a Bereken  $E$  als het voorwerp een massa heeft van 0,2 kg en beweegt met een snelheid van 50 m/s.
- b Waarom kun je de gegeven formules ook schrijven als  $E = \frac{1}{2}mv^2$  ?
- c Laat met de gegevens uit a zien, dat deze tweede formule hetzelfde resultaat geeft.

## Antwoorden van de opdrachten

a 
$$E = \frac{0,2 \cdot 50^2}{2} = \frac{500}{2} = 250 \text{ J.}$$

b Omdat 
$$\frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot v^2 = \frac{1}{2}m \cdot v^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

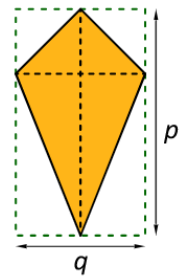
c 
$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 50^2 = 250 \text{ J.}$$

## Opgave 85

Je ziet hier een vlieger. Beide diagonalen staan loodrecht op elkaar.

Voor de oppervlakte  $A$  geldt  $A = \frac{p \cdot q}{2}$ .

- Licht deze formule toe.
- Kun je de oppervlakte van deze vlieger ook schrijven als  $A = \frac{p}{2} \cdot \frac{q}{2}$ ? Licht je antwoord toe.
- Hoe kun je deze formule anders schrijven?  
Hoe kun je dit in de figuur aangeven?



## Antwoorden van de opdrachten

- De oppervlakte van de vlieger is precies de helft van de oppervlakte van de rechthoek.
- Nee,  $A = \frac{p}{2} \cdot \frac{q}{2} = \frac{p \cdot q}{4}$ .
- $A = \frac{1}{2}pq$  of  $A = p \cdot \frac{q}{2}$  (linkerhelft of rechterhelft arceren) of  $A = \frac{p}{2} \cdot q$  (onderste helft of bovenste helft arceren).

## Opgave 86

Je huurt één dag een busje omdat je op kamers gaat wonen en je spullen wilt verhuizen. De kosten zijn:

- € 40,= per dag;
- € 0,25 per gereden km.

Dat is nog exclusief de benzinekosten, je moet het busje afgetankt weer inleveren.

- a Bereken de kosten per km  $k$  als je in totaal 180 km met dit busje rijdt.

Je stelt voor de kosten per km  $k$  deze formule op:  $k = \frac{40 + 0,25 \cdot a}{a}$ .

Hierin is  $a$  het totaal aantal gereden km met het busje.

- b Leg uit waarom deze formule juist is.

- c Een vriend wil je helpen en zegt dat die formule kan worden geschreven als  $k = \frac{40}{a} + 0,25$ .  
Heeft hij gelijk?

## Antwoorden van de opdrachten

a  $\frac{40 + 0,25 \cdot 180}{180} \approx 0,47$  euro/km.

- b De totale kosten (exclusief de benzinekosten) zijn  $40 + a \cdot 0,25$ .  
Voor de kosten per km moet je door het aantal gereden km delen.

c Ja,  $\frac{40 + 0,25 \cdot a}{a} = \frac{40}{a} + \frac{0,25 \cdot a}{a} = \frac{40}{a} + 0,25 \cdot \frac{a}{a} = \frac{40}{a} + 0,25$ .

